

# Поточечная запись информации в резисторную матрицу

В.Б. Котов<sup>1</sup>, Г.А. Бесхлебнова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ, Москва, Россия, kотов.vlb@yandex.ru;

<sup>2</sup> НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ, Москва, Россия, gab19@list.ru

**Аннотация.** Для большой резисторной матрицы типа кроссбарр локальная запись информации в выбранный резистор (то есть изменение проводимости этого резистора) сталкивается с трудностями, связанными с ограниченным числом управляющих сигналов – напряжений на проводниках структуры. Поскольку число проводников значительно меньше числа резисторов, при подаче напряжения на целевой резистор, возникают напряжения на многих нецелевых резисторах. Соответствующие изменения проводимостей нецелевых резисторов необходимо компенсировать. В работе рассмотрена процедура записи с использованием высокочастотных гармонических сигналов и с управлением адресации с помощью варьирования сопротивлений резисторов подключения. На основе анализа с использованием модели простого резисторного элемента показана возможность точечной записи информации в резисторную матрицу, то есть локального изменения матрицы проводимостей. Обсуждаются условия, обеспечивающие выполнимость и удобство такой процедуры.

**Ключевые слова:** переменный резистор, высокочастотный сигнал, резисторная матрица, матрица проводимостей, поточечная запись

## 1. Введение

Хранение информации является наиболее очевидным применением массива переменных резисторов («мемристоров») [1-3]. Под переменным резистором подразумеваем резистор, сопротивление (проводимость) которого изменяется под действием протекающего тока. Резисторные структуры типа кроссбар легко изготовить. Считывание информации, то есть измерение проводимостей переменных резисторов, не вызывает затруднений [4]. Проблемы возникают при записи информации, то есть при изменении проводимостей резисторов. Желательно иметь возможность изменять произвольно (в определённых пределах) проводимость выбранного (целевого) резистора. Однако для больших массивов (матриц) переменных резисторов организовать индивидуальный доступ к каждому резистору нереально из-за огромного числа элементов. В регулярных структурах типа кроссбар каждый резистор соединяет два проводника. К каждому проводнику присоединено много резисторов (строка или столбец массива). Число управляющих сигналов – напряжений на проводниках – много меньше числа резисторов. Поэтому при подаче напряжения на целевой резистор возникают токи через многие нецелевые резисторы, что приводит к нежелательному изменению проводимостей этих резисторов. Необходимо как-то компенсировать это изменение.

Среди переменных резисторов наиболее популярны однонаправленные резисторы, для которых положительный ток (направление тока

совпадает с направлением резистора) стремится увеличить проводимость резистора, а отрицательный ток – уменьшить. Для записи информации в таких резисторах обычно используются токи и напряжения постоянной полярности. При этом различные нецелевые резисторы испытывают разные по знаку изменения проводимости [4,5]. Компенсировать такие изменения затруднительно. Было бы удобнее работать с ненаправленными резисторами, изменение проводимости которых не зависит от направления тока. Однако подобные резисторы не пользуются популярностью. К счастью, аналогичного результата можно добиться при использовании однонаправленных резисторов, если для записи информации использовать переменный (высокочастотный) сигнал [6].

Возможны различные варианты процедуры записи с компенсацией нежелательных изменений матрицы проводимостей резисторов [7]. В данной работе рассмотрим запись информации в массив переменных резисторов типа кроссбар с помощью высокочастотных гармонических сигналов и с адресацией, осуществляющейся с помощью выбора сопротивлений резисторов подключения, через которые на проводники кроссбара подаются напряжения. Предполагаем, что переменные резисторы однонаправленные и описываются моделью простого резисторного элемента [7].

На рисунке 1 изображена электрическая схема кроссбара с источниками напряжения  $V^i$  ( $i=1, \dots, m$ ),  $V_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) и резисторами подключе-

ния  $r^i$  ( $i=1, \dots, m$ ),  $r_j$  ( $j=1, \dots, n$ ).  $m \times n$  – размер резисторной матрицы. Эта матрица состоит из переменных резисторов  $R_j^i$  ( $i=1, \dots, m$ ,  $j=1, \dots, n$ ).

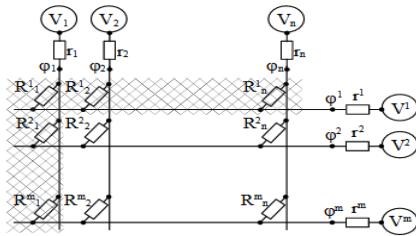


Рис. 1. Электрическая схема кроссбара с источниками напряжения и резисторами подключения

Резистор  $R_j^i$  находится на пересечении  $i$ -го горизонтального проводника и  $j$ -го вертикального проводника. Вообще верхний индекс (« $i$ ») используем для нумерации горизонтальных проводников (или строк матрицы), а нижний индекс « $j$ » – для нумерации вертикальных проводников (или столбцов матрицы). Сопротивления резисторов обозначаем так же, как и сами резисторы. Проводимость резистора, ток через него и напряжение на резисторе обозначаем буквами  $G$ ,  $I$ ,  $V$  соответственно.

## 2. Уравнения записи

Проводимость  $G=I/R$  простого резисторного элемента выражается через единственную переменную состояния  $x$ :  $G=G(x)$ . Считаем, что переменная состояния меняется от 0 до 1. Состояние  $x=0$  – это состояние с максимальным сопротивлением (основное состояние), а состояние  $x=1$  соответствует минимальному сопротивлению резистора. Изменение переменной состояния описывается уравнением [7]

$$\frac{dx}{dt} = F(x, I), \quad (1)$$

где  $I$  – ток через резистор.

Используем следующее представление [7] для функции  $F$ :

$$F(x, I) = F_0(x) + F_x^+(x)F_I^+(I) + F_x^-(x)F_I^-(I) \quad (2)$$

Функции  $F_0(x)$ ,  $F_x^\pm(x)$ ,  $F_I^\pm(I)$  наряду с функцией  $G(x)$  называем характеристическими функциями резистора. Первый член в правой части равенства (2) (отрицательный) отвечает за самопроизвольную релаксацию к основному состоянию  $x=0$ . Второй член (положительный при  $I>0$  и равный нулю при  $I\leq 0$ ) соответствует тенденции увеличения переменной  $x$ , когда направление тока совпадает с направлением резистора. Третий член (отрицательный при  $I<0$  и равный нулю при  $I\geq 0$ ) описывает ускоренную релаксацию к основному состоянию, когда направление

тока противоположно направлению резистора.

Наиболее типичный вид характеристических функций  $F_I^\pm(I)$  – степенной на соответствующих полуосиях:

$$F_I^+(I) = A_+ \theta(I) I^{\alpha_+}, \quad F_I^-(I) = -A_- \theta(-I) (-I)^{\alpha_-} \quad (3)$$

с положительными коэффициентами  $A_\pm$  и показателями  $\alpha_\pm$ .

Характеристические функции  $F_0(x)$ ,  $F_x^\pm(x)$  определяют скорости записи/стирания в зависимости от текущего состояния резистора. Естественно считать, что они непрерывные на отрезке  $[0,1]$ , положительные в интервале  $(0,1)$ , и выполняются соотношения

$$F_0(0) = 0, \quad F_x^+(0) > 0, \quad F_x^+(1) = 0, \\ F_x^-(0) = 0, \quad F_x^-(1) > 0. \quad (4)$$

Пусть на переменный резистор подаётся высокочастотный сигнал. Считаем, что период колебаний достаточно мал, так что за период состояния резистора меняется незначительно. С точки зрения электрических колебаний резисторы ведут себя как постоянные. Медленное изменение состояния каждого резистора описывается уравнением [6]

$$\frac{dx}{dt} = F_0(x) + M^+ F_x^+(x) + M^- F_x^-(x) \quad (5)$$

где  $M^+ = \langle F_I^+(I) \rangle$ ,  $M^- = \langle F_I^-(I) \rangle$ , угловые скобки обозначают усреднение по периоду колебаний. Для краткости опускаем индексы, нумерующие резисторы. Заметим, что величины  $M^+$ ,  $M^-$  могут медленно (по сравнению с электрическими колебаниями) меняться со временем.

Для гармонического тока  $I(t) = I_0 \sin(\omega t + \phi_0)$  ( $I_0$  – амплитуда,  $\omega$  – круговая частота,  $\phi_0$  – начальная фаза) при степенных характеристических функциях (3) получаем

$$M^+ = \frac{\kappa(\alpha_+)}{2\pi} A_+^+ I_0^{\alpha_+}, \quad M^- = -\frac{\kappa(\alpha_-)}{2\pi} A_-^- I_0^{\alpha_-} \quad (6)$$

где  $\kappa(\alpha) = \int_0^\pi (\sin \varphi)^\alpha d\varphi$  – число порядка единицы при реальных значениях величины  $\alpha$ . В частности,  $\kappa(1)=2$ ,  $\kappa(2)=\pi/2$ ,  $\kappa(3)=4/3$ . Величины  $M^+$ ,  $M^-$  зависят от амплитуды тока, но не зависят от фазы и частоты сигнала.

Знак правой части уравнения (5), которую обозначим  $H(x)$ , определяет направление изменения переменной состояния  $x$ : при  $H>0$  величина  $x$  растёт со временем, при  $H<0$  – уменьшается. Состояние  $x$  монотонно стремится к устойчивому стационарному состоянию (стационарной точке), которое получается при равенстве нулю правой части уравнения (6):

$$H(x) \equiv F_0(x) + M^+ F_x^+(x) + M^- F_x^-(x) = 0. \quad (7)$$

Заметим, что уравнение (6) пригодно для описания изменения состояния резистора под действием постоянного или медленно меняющегося тока. В этом случае, очевидно,

$$M^+ = F_I^+(I), \quad M^- = F_I^-(I).$$

Пусть запись производится при подаче гармонических сигналов с частотой  $\omega$ . В дальнейшем для простоты считаем, что запись производится в линейном режиме. Это означает, что для всех резисторов (одинаковых по своим характеристикам) выбрано базовое состояние  $x_b$ . Информация записывается в виде малых отклонений от базового состояния. Базовое состояние для всех резисторов массива легко сформировать, подав гармоническую разность потенциалов между всеми горизонтальными и всеми вертикальными проводниками. Амплитуду сигнала удобно выбрать так, чтобы соответствующее стационарное состояние совпадало с базовым состоянием  $x_b$ . При этом сопротивления резисторов подключения горизонтальных проводников должны быть одинаковыми, то же относится к резисторам подключения вертикальных проводников. Можно использовать и постоянную в течение некоторого времени разность потенциалов между горизонтальными и вертикальными проводниками.

Под действием гармонического напряжения

$$u(t) = \frac{1}{2}u_0 \exp(i\omega t) + \text{КС} \quad (8)$$

( $u_0$  – комплексная амплитуда напряжения, КС – комплексно сопряжённое выражение) состояние резистора изменяется на величину

$$\Delta x = H(x_b)T, \quad (9)$$

где  $T$  – время записи,  $H$  определяется выражениями (6), (7), в которых  $I_0 = G(x_b)|u_0|$ . При фиксированном времени записи  $T$  изменение состояния зависит только от вещественной амплитуды напряжения:  $\Delta x = \Delta x(|u_0|)$ . Эта зависимость универсальная, одинаковая для всех резисторов кроссыбара. Осталось найти распределение напряжений на резисторах матрицы.

### 3. Распределение напряжений

Ток через резистор между  $i$ -ым горизонтальным проводником и  $j$ -ым вертикальным проводником  $I_j^i$  выражается через напряжение согласно закону Ома:

$$I_j^i = G_j^i u_j^i = G_j^i (\varphi^i - \varphi_j), \quad (10)$$

где  $\varphi^i, \varphi_j$  – потенциалы  $i$ -го горизонтального и  $j$ -го вертикального проводников, которые выражаются через потенциалы источников  $V_i, V_j$  согласно уравнениям

$$\varphi^i = V^i - u^i, \varphi_i = u_i + \phi_i, \quad (11)$$

где  $u^i, u_j$  – напряжения на резисторах подключения  $r^i, r_j$  соответственно. Закон Ома для резисторов подключения даёт уравнения

$$I^i = g^i u^i, I_j = g_j u_j, \quad (12)$$

причём  $I^i, I_j$  – токи, а  $g^i = 1/r^i, g_j = 1/r_j$  – проводимости соответствующих резисторов.

Очевидно,

$$I^i = \sum_{j=1}^n I_j^i, I_j = \sum_{i=1}^m I_j^i. \quad (13)$$

Из соотношений (10)-(13) получаем две системы уравнений для определения потенциалов проводников  $\varphi^i, i = 1, \dots, m$ , и  $\varphi_j, j = 1, \dots, n$ , при заданных потенциалах источников

$$\sum_{j=1}^m A_{ij}^i \varphi^j = b^i, i = 1, \dots, m, \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} \varphi_j = b_i, i = 1, \dots, n, \quad (15)$$

где  $A_{ij}^i = \delta_{ij} - \sum_{k=1}^n h_k^i v_k^i, A_{ij} = \delta_{ij} - \sum_{k=1}^m v_i^k h_j^k$ ,

$$b^i = \sum_{k=1}^n h_k^i \psi_k + \psi^i, b_i = \sum_{k=1}^m v_i^k \psi^k + \psi_i,$$

$$h_j^i = \frac{G_j^i}{g^i + G^i}, v_j^i = \frac{G_j^i}{g_j + G_j}$$

$$\psi^i = \frac{g^i}{g^i + G^i} V^i, \psi_i = \frac{g_i}{G_i + g_i} V_i,$$

$$G^i = \sum_{k=1}^n G_k^i, G_j = \sum_{k=1}^m G_k^k,$$

$\delta_{ij}, \delta_{ij}$  – элементы единичных матриц размера  $m \times m$  и  $n \times n$  соответственно (символы Кронекера). Обе матрицы  $[A^i]$  и  $[A_{ij}]$  невырожденные. Обозначая элементы соответствующих обратных матриц  $a^{ij}$  и  $a_{ij}$ , запишем решения систем (14) и (15) в виде

$$\varphi^i = \sum_{j=1}^m a^{ij} b^j, \varphi_j = \sum_{k=1}^n a_{jk} b_k. \quad (16)$$

Правые части равенств (16) являются линейными комбинациями потенциалов источников. Зная потенциалы проводников  $\varphi^i, \varphi_j$ , можно найти все токи и напряжения. В интересующем нас случае, когда

$$G_j^i = G, \quad (17)$$

решения (16) можно записать в явном виде:

$$\varphi^i = \frac{g^i V^i}{g^i + nG} + \frac{G}{g^i + nG} \frac{f_1 + f_0 f^1}{1 - f^0 f_0}, \quad (18)$$

$$\varphi_j = \frac{g_j V_j}{g_j + mG} + \frac{G}{g_j + mG} \frac{f^1 + f^0 f_1}{1 - f^0 f_0},$$

причём

$$f^0 = \sum_{i=1}^m \frac{G}{g^i + nG}, f_0 = \sum_{j=1}^n \frac{G}{g_j + mG},$$

$$f^1 = \sum_{i=1}^m \frac{g^i V^i}{g^i + nG}, f_1 = \sum_{j=1}^n \frac{g_j V_j}{g_j + mG}.$$

Формулы (18) позволяют анализировать зависимость напряжений на переменных резисторах от сопротивлений резисторов подключения. Формулы (18) записаны для потенциалов и представляют линейную зависимость потенциалов проводников и напряжений на переменных резисторах от потенциалов (напряжений) источников. При использовании гармонических сигналов с заданной частотой такие же формулы справедливы для комплексных амплитуд соответствующих величин. В дальнейшем мы рассматриваем только такие сигналы (частный случай –

постоянные сигналы с нулевой частотой). Для краткости опускаем индекс «0» у комплексной амплитуды. Заметим, что в рамках принятого приближения комплексные амплитуды могут быть медленно меняющимися функциями времени.

Для случая прямого подключения проводников, когда  $g^i \rightarrow \infty, g_j \rightarrow \infty$ , получаем из (18)

$$\varphi^i = V^i, \varphi_j = V_j, u_j^i = V^i - V_j. \quad (19)$$

Резисторы подключения не оказывают влияние на распределение напряжений в силу своего отсутствия. В случае конечных, но больших значений проводимостей резисторов подключения, то есть при выполнении условий

$$g^i \gg nG, g_j \gg mG, \quad (20)$$

получаем простые выражения

$$u_j^i = V^i(1 - nGr^i) - V_j(1 - mGr_j) + + Gr^i \sum_{j=1}^n V_j - Gr_j \sum_{i=1}^m V^i. \quad (21)$$

Матрица  $[u_j^i]$  с элементами из (21) состоит из двух частей: матрицы, соответствующей прямому подключению, (см. (19)) и матрицы, линейно зависящей от сопротивлений резисторов подключения. Именно вторая часть – модуляция – представляет для нас интерес, поскольку она описывает влияние резисторов подключения на распределение напряжений на переменных резисторах. По мере роста сопротивлений резисторов подключения вклад модуляции растёт (по абсолютной величине). Однако большие сопротивления резисторов подключения приводят к большим падениям напряжения на этих резисторах, что сильно ограничивает эффективность модуляции. Наибольшая модуляция достигается при  $g^i \simeq nG, g_j \simeq mG$ . Для оценки общего характера пространственной модуляции можно пользоваться линейным по  $r^i, r_j$  приближением (21).

Рассмотрим конкретную схему записи (одну из возможных), демонстрирующую возможности метода управления за счёт изменения сопротивлений резисторов подключения.

## 4. Схема записи

Пусть

$$V^i = V^0 \delta^{i1}, V_j = V_0 \delta_{j1}, \quad (22)$$

то есть гармонические напряжения (с одинаковой частотой) подаются только на первый горизонтальный и первый вертикальный проводники кроссбара, остальные проводники подключены к земле через соответствующие резисторы подключения. С помощью (18) получаем следующее распределение напряжений:

$$u_j^i = \frac{g^1 V^0}{g^1 + nG} [\delta^{i1} + \frac{G}{g^1 + nG} \frac{f_0}{1 - f^0 f_0} - \frac{G}{g_j + mG} \frac{1}{1 - f^0 f_0}] - - \frac{g_1 V_0}{g_1 + mG} [\delta_{j1} + \frac{G}{g_j + mG} \frac{f^0}{1 - f^0 f_0} - \frac{G}{g^1 + nG} \frac{1}{1 - f^0 f_0}]. \quad (23)$$

Более понятные выражения получаются при выполнении условий (20):

$$u_j^i = V^0 [\delta^{i1} (1 - r^1 nG) - Gr_j] - V_0 [\delta_{j1} (1 - r_1 mG) - Gr^i]. \quad (24)$$

Здесь хорошо видно, что вклад, соответствующий прямому подключению, сосредоточен в первой строке и первом столбце матрицы  $[u_j^i]$ . При условиях (20) этот вклад существенно превышает модуляционный вклад. Поэтому первую строку и первый столбец резисторной матрицы не стоит использовать для записи информации. Более того, чтобы избежать значительных отклонений от базового состояния, желательно в качестве резисторов первой строки и первого столбца использовать постоянные резисторы с проводимостью  $G$ .

Для остальных резисторов, используемых для записи информации, получаем совсем простые выражения для комплексных амплитуд напряжения:

$$u_j^i = G(V_0 r^i - V^0 r_j). \quad (25)$$

Рассмотрим специальные распределения сопротивлений резисторов подключения.

**A. При**

$$r^i = r^0, r_j = r_0, \quad (26)$$

(одинаковые сопротивления резисторов подключения каждого типа) получаем

$$u_j^i = G(V_0 r^0 - V^0 r_0), \quad (27)$$

то есть имеем пространственно однородное воздействие – равномерное распределение напряжений. Такое воздействие приводит к однократному смещению состояний резисторов матрицы:

$$\Delta x_j^i = \Delta x(|u_j^i|) = \Delta x(G|V_0 r^0 - V^0 r_0|) \quad (28)$$

Величину смещения можно регулировать, меняя время записи  $T$ , амплитуды (вещественные) напряжений источников  $|V^0|, |V_0|$ , разность фаз между напряжениями источников, или сопротивления  $r^0, r_0$ . Отметим, что смещение зависит от положительной вещественной амплитуды напряжения, что несколько ограничивает возможности получения произвольного смещения. Расширить возможности можно при использовании напряжений с нулевой частотой. При этом смещение зависит от самого напряжения, которое может быть как положительным, так и отрицательным.

**B. При**

$$r^i = r^0 \delta^{ip}, r_j = r_0 \delta_{jq}, \quad (29)$$

(сопротивление только одного резистора подключения из каждого набора отлично от нуля)

получаем из (25)

$$u_j^i = G(V_0 r^0 \delta^{ip} - V^0 r_0 \delta_{jq}). \quad (30)$$

Ненулевое воздействие осуществляется на резисторы  $p$ -ой строки и  $q$ -го столбца резисторной матрицы, причем степень воздействия (вещественная амплитуда напряжения) на эти резисторы

$$\begin{aligned} |u_{j \neq q}^p| &= Gr^0 |V_0|, \\ |u_q^{i \neq p}| &= Gr_0 |V^0|, \\ |u_q^p| &= G |V_0 r^0 - V^0 r_0|. \end{aligned} \quad (31)$$

Путем выбора управляемых параметров можно получить полезные распределения воздействий. Так, при

$$V_0 r^0 = V^0 r_0 \exp(\pm i \pi / 6). \quad (32)$$

получаем одинаковые воздействия для всей резисторов  $p$ -ой строки и  $q$ -го столбца:  $|u_{j \neq q}^p| = |u_q^{i \neq p}| = |u_q^p| = Gr^0 |V_0|$ . При

$$V_0 r^0 = -V^0 r_0. \quad (33)$$

согласно (31) получаем  $|u_q^p| = 2|u_{j \neq q}^p| = 2|u_q^{i \neq p}| = 2Gr^0 |V_0|$  – одинаковое воздействие на резисторы выделенных строки и столбца, но с суммированием воздействий на пересечении строки и столбца. При

$$V_0 r^0 = V^0 r_0. \quad (34)$$

получаем  $|u_q^p| = 0, |u_{j \neq q}^p| = |u_q^{i \neq p}| = Gr^0 |V_0|$  – одинаковое воздействие на резисторы выделенных строки и столбца, но с вычитанием воздействий на пересечении строки и столбца.

**В.** Пусть

$$r^i = r^0(1 - \delta^{ip}), r_j = r_0(1 - \delta_{jq}) \quad (35)$$

(для каждого набора сопротивления всех резисторов подключения кроме одного отличны от нуля и одинаковы). Тогда согласно (25)

$$\begin{aligned} u_j^i &= G(V_0 r^0(1 - \delta^{ip}) - V^0 r_0(1 - \delta_{jq})). \\ (36) \end{aligned}$$

Только для резистора  $R_j^i$  имеем нулевое воздействие (в общем случае). Все остальные резисторы подвергаются воздействию, которое можно регулировать, меняя управляющие параметры. В частности, при выполнении условия (32) все резисторы кроме выделенного подвергаются одинаковому воздействию:  $|u_{j \neq q}^p| = |u_q^{i \neq p}| = |u_{j \neq q}^i| = Gr^0 |V_0|$ .

**Г.** Пусть

$$r^i = r^0(1 - \delta^{ip}), r_j = r_0 \delta_{jq} \quad (37)$$

(гибрид случаев Б и В). Здесь

$$u_j^i = G(V_0 r^0(1 - \delta^{ip}) - V^0 r_0 \delta_{jq}). \quad (38)$$

Нулевое воздействие в общем случае имеет место только для резисторов  $R_j^p$  при  $j \neq q$ . Однако при специальном выборе параметров можно получить дополнительные резисторы с нулевым

воздействием. При выполнении условия (34) нулевое воздействие испытывают также резисторы  $R_q^i, i \neq p$ , а остальные резисторы испытывают одинаковое воздействие:  $|u_q^p| = |u_{j \neq q}^{i \neq p}| = Gr^0 |V_0|$ . Полученное распределение воздействий – дополнительное по отношению к распределению в случае Б при условии (34).

## 5. Процедура локальной записи

Для локальной (точечной) записи необходимо изменить состояние (проводимость) целевого резистора, при этом состояния остальных резисторов должны оставаться неизменными. Рассмотренные в предыдущем разделе варианты схемы записи не обеспечивают локальности – многие нецелевые резисторы претерпевают изменения состояния. Чтобы получить локальную запись требуется комбинация нескольких этапов записи, в результате которой происходит компенсация изменения состояний нецелевых резисторов. Рассмотрим две комбинации такого рода.

Пусть на первом этапе используется вариант В, то есть выбраны сопротивления резисторов подключения согласно (36), причём выполняется условие (32). В результате получаем изменение состояний резисторов

$$\begin{aligned} \Delta_1 x_j^i &= \Delta x(Gr^0 |V_0|), (i, j) \neq (p, q), \\ \Delta_1 x_q^p &= 0. \end{aligned} \quad (39)$$

На втором этапе записи используем вариант А (то есть выбираем сопротивления резисторов согласно (26)) – однородный сдвиг состояний. Параметры выбираем так, чтобы, вернуть состояния нецелевых резисторов в начальное состояние:

$$\Delta_2 x_j^i = -\Delta x(Gr^0 |V_0|). \quad (40)$$

После двух этапов получаем изменения состояний резисторов

$$\begin{aligned} \Delta x_j^i &= \Delta_1 x_j^i + \Delta_2 x_j^i = \\ &= -\Delta x(Gr^0 |V_0|) \delta^{ip} \delta_{jq}. \end{aligned} \quad (41)$$

В итоге только целевой резистор  $R_q^p$  испытывает изменение состояния, что и требовалось. Величину изменения можно регулировать, меняя время записи  $T$ , сопротивление резисторов подключения  $r^0$  или амплитуду напряжения источника  $|V_0|$ . Заметим, что из-за наличия знака «-» в правой части уравнения (40) однородный сдвиг состояний удобнее производить с помощью постоянных напряжений (в случае положительности изменения состояния  $\Delta x(Gr^0 |V_0|)$ , что обычно имеет место).

Можно использовать другую процедуру, приводящую к положительному изменению состояния целевого резистора. На первом этапе используем вариант Б (см. (29)) при выполнении условия (33). Получаем изменения состояний

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 x_q^p &= \Delta x(2Gr^0|V_0|), \\
 \Delta_1 x_j^p &= \Delta_1 x_q^i = \Delta x(Gr^0|V_0|), i \neq p, j \neq q. \\
 \Delta_1 x_j^i &= 0, i \neq p, j \neq q.
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

На втором этапе используем вариант Г схемы записи (сопротивления резисторов подключения (37)) при выполнении условия (34), так что

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 x_q^p &= \Delta_2 x_j^i = \Delta x(Gr^0|V_0|), i \neq p, j \neq q, \\
 \Delta_2 x_j^p &= \Delta_2 x_q^i = 0, i \neq p, j \neq q.
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

После двух этапов получаем

$$\begin{aligned}
 \Delta x_j^i &= \Delta_1 x_j^i + \Delta_2 x_j^i, \\
 \Delta x_q^p &= \Delta x(2Gr^0|V_0|) + \Delta x(Gr^0|V_0|), \\
 \Delta x_j^i &= \Delta x(Gr^0|V_0|), (i, j) \neq (p, q).
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Все нецелевые резисторы имеют одинаковое смещение состояния. Чтобы его компенсировать, необходимо применить однородный сдвиг (вариант А). Выбирая

$$\Delta_3 x_j^i = -\Delta x(Gr^0|V_0|), \tag{45}$$

получаем после трёх этапов

$$\begin{aligned}
 \Delta x_j^i &= \Delta_1 x_j^i + \Delta_2 x_j^i + \Delta_3 x_j^i = \\
 &= \Delta x(2Gr^0|V_0|)\delta^{ip}\delta_{jq}
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

Опять пришли к точечной записи. В отличие от выражения (41) в формуле (6) нет знака «-». Во многих случаях это можно рассматривать как достоинство [6], что оправдывает наличие трёх этапов вместо двух.

Отметим наличие значительно вырождения по параметрам записи, что позволяет наложить дополнительные ограничения на эти параметры. Например, можно принять, что  $r^0=r_0$ ,  $|V^0|=|V_0|$ . При этом удовлетворить условиям (32)–(34) можно за счёт выбора разности фаз между гармоническими сигналами двух источников напряжения. Более того, можно зафиксировать величину ненулевых сопротивлений резисторов подключения. Это означает, что вместо схемы, устанавливающей значение сопротивления резистора подключения можно использовать значительно более простую схему переключения между прямым подключением проводника крос-сбара к источнику и подключением с помощью фиксированного резистора. Для реализации двух источников гармонического напряжения можно использовать один генератор гармонического сигнала и управляемый фазовращатель, задающий разность фаз между сигналами источников.

## 6. Заключение

Итак, варьирование сопротивлений резисторов подключения при использовании высокочастотного гармонического сигнала позволяет про-

изводить точечную запись информации в резисторную матрицу, то есть **менять проводимость произвольно выбранного переменного резистора** на заданную величину. Это позволяет формировать произвольную матрицу проводимостей (из допустимого диапазона). Особенно полезен рассматриваемый метод, когда требуется произвести изменения проводимостей небольшого числа резисторов. Если же требуется сформировать матрицу проводимостей «с нуля», лучше использовать другой метод (см., например [7]).

Заметим, что в принципе можно пропустить последний этап процедуры записи – однородный сдвиг состояний. Однородное – одинаковое для всех резисторов – смещение состояний можно вычесть математически. Фактически это означает использование переменного базового состояния  $x_b$ . Для отслеживания изменений базового состояния необходимо выделить один или несколько (для большей точности) резисторов, в которые не производится запись информации. Эти резисторы находятся в текущем базовом состоянии, которое легко считать. Правда, при большом числе шагов, изменение базового состояния может оказаться большим, что нежелательно из-за ухудшения эффективности записи информации. Тем не менее, использование плавающего базового состояния может оказаться полезным при заметной релаксации резисторов к основному состоянию, так как в этом случае затруднительно поддерживать постоянное базовое состояние.

Удобство и сама возможность использования высокочастотных сигналов для формирования матрицы зависит от вида характеристических функций резистора. В частности, наиболее благоприятные условия возникают, если функция  $F_I^+(I)$  растёт быстрее функции  $F_I^-(I)$  при увеличении тока  $I$  [6]. В этом случае доступен в принципе весь диапазон состояний резистора, и легко получить как положительные, так и отрицательные значения  $\Delta x$ . В противном случае доступный диапазон состояния уже, меньше возможностей для выбора базового состояния, время записи увеличивается, поскольку нельзя использовать большие амплитуды тока для получения положительных смещений  $\Delta x$ . Для функций  $F_0(x)$ ,  $F_x^+(x)$ ,  $F_x^-(x)$  мы приняли выполнение условий (4). Невыполнение этих условий может сделать невозможной запись с помощью высокочастотных сигналов. Впрочем, условия (4) кажутся вполне естественными и даже имеют экспериментальные подтверждения [9].

При записи с помощью высокочастотных напряжений направление резистора не имеет значения. Возникает желание использовать

ненаправленные или двунаправленные переменные резисторы, для которых противоположные направления тока могут приводить к одинаковым знакам изменения проводимости резистора. Это вполне возможно, однако происходящие при записи процессы имеют специфические особенности. Например, при использовании двунаправленного переменного резистора, эквивалентного двум антипараллельным простым резисторным элементам [10], возникает усложнение, связанное с наличием двух переменных состояния. В этом случае величина сопротивления не определяет однозначно переменные состояния. Однаковые воздействия при одинаковых начальных сопротивлениях могут приводить к разным результатам – изменениям сопротивления резистора. Вообще наличие дополнительных скры-

тых переменных состояния резистора сильно затрудняет получение предсказуемых результатов воздействия (приложения напряжения). Повышенная сложность элементов может мешать решению простых задач типа записи информации или формирования матрицы для вектор-матричного умножения.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН по теме № FNEF-2024-0001 "Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах" (1023032100070-3-1.2.1).

## Local Point Recording of Information into a Crossbar Resistor Array

V.B. Kotov<sup>1</sup>, G.A. Beskhlebnova<sup>2</sup>

**Abstract.** For a large crossbar resistor array, local recording of information into the selected variable resistor (that is, changing the conductivity of this resistor) faces difficulties associated with a limited number of control signals – voltages on the conductors of the structure. Since the number of conductors is significantly less than the number of resistors, when voltage is applied to the target resistor, voltages arise on many non-target resistors. The corresponding changes in the conductivities of non-target resistors must be compensated. The paper considers the recording procedure using high-frequency harmonic signals and with addressing control by varying the resistances of the connection resistors. Based on the analysis using the model of a simple resistor element, the possibility of point recording of information into a resistor array, that is a local change in the conductivity matrix, is shown. The conditions ensuring the feasibility and convenience of such a procedure are discussed.

**Keywords:** variable resistor, high-frequency signal, crossbar resistor array, conductivity matrix, point recording

## Литература

1. 2015. Adamatzky A., Chua L. Memristor Networks. Springer International Publishing (2014).
2. Advances in Memristors, Memristive Devices and Systems. /Edited by S. Vaidyanathan and C. Voulos. Springer International Publishing AG (2017).
3. Kim S. Ju, Kim S., Jang H.W. Competing memristors for brain-inspired computing. *iScience* 24, 101889, January 22, 2021.
4. Kotov V.B., Beskhlebnova G.A. Specifics of Crossbar Resistor Arrays. //B. Kryzhanovsky et al. (Eds.). Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research VI (NEUROINFORMATICS 2022). Studies in Computational Intelligence. Vol. 1064. Cham: Springer. 2023. PP. 292–304. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-19032-2\\_31](https://doi.org/10.1007/978-3-031-19032-2_31).
5. Kotov V.B., Beskhlebnova G.A. Generation of the Conductivity Matrix. //B. Kryzhanovsky et al. (Eds.). Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research V (NEUROINFORMATICS 2021). Studies in Computational Intelligence. Vol. 1008. Cham: Springer. 2022. PP. 276-284.
6. Beskhlebnova G.A., Kotov V.B. The Variable Resistor Under a High-Frequency Signal. //B. Kryzhanovsky et al. (Eds.). Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research VII (NEUROINFORMATICS 2023). Studies in Computational Intelligence. Vol. 1120. Springer Nature Switzerland AG. 2023. PP. 257–266. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-44865-2\\_28](https://doi.org/10.1007/978-3-031-44865-2_28).
7. Kotov V.B., Beskhlebnova G.A. Use of High-Frequency Signals to Generate a Conductivity Matrix

//B. Kryzhanovsky et al. (Eds.). Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research VIII (NEU-ROINFORMATICS 2024). Studies in Computational Intelligence. Cham: Springer. 2024 (to be published).

8. Kotov V.B., Yudkin F.A. Modeling and Characterization of Resistor Elements for Neuromorphic Systems. *Op-tical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. 2019, v.28, No.4, P. 271-282.

9. Surazhevsky I.A. at all. Noise-assisted persistence and recovery of memory state in a memristive spiking neuromorphic network. *Chaos, Solitons and Fractals*. 146 (2021). 110890.

10. Kotov V.B., Pushkareva M.M. The Bidirectional Variable Resistor Model. //B. Kryzhanovsky et al. (Eds.). *Ad-vances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research V (NEUROINFOR-MATICS 2021)*. Studies in Computational Intelligence. Vol. 1008. Cham: Springer. 2022. P. 177-186.