

Применение функции Ламберта для моделирования ВАХ GAA нанотранзисторов

Н.В. Масальский¹

¹НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ, Москва, Россия, volkov@niisi.ras

Аннотация. Исследуется возможность применения специальной функции Ламберта для моделирования ВАХ кремниевых полевых транзисторов. Разработана аналитическая модель кремниевого полевого GAA нанотранзистора с цилиндрической геометрией рабочей области. При этом в модели транзистора, сформулированной в рамках зарядового разделения, интегральное выражение для тока транзистора заменено аналитическим с использованием функции Ламберта. Результаты расчетов ВАХ сопоставляются с результатами моделирования полученными при помощи широко используемой среды программно-технологического моделирования. Финальная формулировка модели характеризуется следующими преимуществами: она является аналитической, адекватной и компактной. Достигается высокая точность при минимальных вычислительных затратах. Это позволяет использовать рассмотренный подход в инструментах проектирования и поиске начального приближения для трех мерного приборно-технологического моделирования.

Ключевые слова: кремниевый нанотранзистор с полностью охватывающим затвором, функция Ламберта, аналитическая модель, вольт-амперные характеристики, моделирование

1. Введение

Стремительное развитие технологий микроэлектроники открывает возможности разработки различных транзисторных архитектур [1, 2]. Это обусловлено конфликтующими требованиями к микросхемам для различных приложений. Например, в дорожной карте [2] выделено три семейства транзисторных структур. Соответственно, требуются модели транзисторов для каждого уровня разработки. Аналитические модели важны на каждом из них. Поэтому их эффективность определяется, с одной стороны, низким уровнем вычислительных затрат, с другой – адекватностью описания ВАХ транзистора. Немаловажной характеристикой такой модели является возможность калибровки и извлечения параметров для схемотехнического моделирования [3]. Усложнение конструкций привело к тому, что чисто аналитические модели трансформировались в квазианалитические. В частности, ток транзистора (ток стока) вычисляется уже при помощи интегрирования распределения заряда в рабочей области (канала) транзистора. Очевидно, что это увеличивает время расчетов [4, 5]. При этом, большая часть характеристик, например, распределение потенциала, вычисляется с помощью аналитических выражений. Одним из способов вернуться к полностью аналитической модели является замена выражения для тока транзистора аналитическим «двойником», полученным, в частности, с использованием специальных функций, например, функции Ламберта [6]. Специальная функция Ламберта W_L использовалась рядом авторов, начиная с Эйлера, при решении различных математических

проблем. Эта функция дифференцируема, интегрируема. В системе компьютерной алгебры MAPLE построены эффективные процедуры вычисления ее значений.

Функция Ламберта $W_L(x)$ задается в неявном виде, как решение уравнения $W_L(x) \exp(W_L(x)) = x$ [6]. Существуют две ветви множества решений – комплексная и действительная. В дальнейшем нас будет интересовать только действительная область решений. В области действительных решений выделяют две ветви – главную $W_{L(0)}(x)$ и вторую $W_{L(-1)}(x)$ – При этом вторая является продолжением главной.

Архитектура GAA (gate all-around или с полностью охватывающим затвором) в настоящее время занимает ведущие позиции в современных разработках нанотранзисторных цифровых СБИС [1, 2]. Цилиндрическая геометрия GAA транзистора (его упрощенная схема приведена ниже на рис. 1) является наиболее универсальным отражением реальных устройств, поскольку в процессе изготовления, ребра отдельных областей транзистора, как правило, скругляются [3, 7]. Сложность модели цилиндрического GAA состоит в том, что необходимо решить 3D уравнение Пуассона в цилиндрические координаты, что является гораздо более сложной задачей, чем в декартовых координатах [5, 8]. Цель данной работы оценить эффективность моделирования ВАХ при помощи функции Ламберта на примере кремниевого цилиндрического GAA транзистора. При этом в модели транзистора, сформулированной в рамках зарядового разделения

ния, интегральное выражение для тока транзистора заменено аналитическим с использованием функции Ламберта. Первоначально, мы рассматриваем длинно-канальный (субмикронный) прототип транзистора, дабы избежать влияния коротко-канальных эффектов. Следует отметить, что решение уравнения Пуассона получено на основе параболического аппроксимирующего распределения потенциала [7, 9].

2. Аналитическая формулировка модели

Рассмотрим переход от численной к аналитической формулировке модели. Очевидно, что будет присутствовать определенная потеря точности из-за сделанных допущений. Однако, и прогнозируется уменьшение вычислительных затрат. Используя выражение для поверхностного потенциала, полученное исходя из теоремы Гаусс и граничных условий, основное зарядовое уравнение относительно подвижного заряда Q_m можно представить в виде:

$$Q_m \exp(Q_m / C_{ox} \varphi_T) = Q_S Q_A \times \frac{1 - \exp(-Q_t / Q_S)}{Q_t} \exp(\gamma) \quad (1)$$

где $Q_S = 2\varepsilon_s \varphi_T / R$, $Q_A = qN_A R / 2$, $Q_t = Q_S - Q_A$, $\gamma = (U_{gs} - U_{FB} + \frac{Q_A}{C_{ox}} - U) / \varphi_T$, N_A - концентрация легирующей примеси рабочей области, C_{ox} - емкость подзатворного диэлектрика, U_{gs} - напряжение на затворе, U_{FB} - напряжение плоских зон, φ_T - термический потенциал. Его решение может быть получено с помощью функции Ламберта W_L . Отправной точкой является приближение для режима сильной инверсии [9, 10]. В данном случае ограничимся только квадратичным членом. Тогда приемлемую аппроксимацию распределение заряда в рабочей области транзистора во всех режимах работы аналитически можно почудить из решения (1) следующим образом:

$$Q_m^s = 2C_{ox} \varphi_T W_L \left(\frac{Q_S Q_A}{C_{ox} \varphi_T} \times \frac{1 - \exp(\frac{Q_A - Q_m^w}{Q_S})}{Q_m^w - Q_A} \exp(\gamma) \right) \quad (2)$$

$$Q_m^w = 2C_{ox} \varphi_T W_L \left(\frac{Q_S Q_A}{2C_{ox} \varphi_T} \times \frac{\exp(\frac{Q'}{Q_S}) - \exp(\frac{Q_A}{Q_S})}{Q' - Q_A} \exp(\gamma) \right) \quad (3)$$

где $Q_m^w \approx 2C_{ox} \varphi_T W_L \left(\frac{\sqrt{Q_S Q_A}}{2C_{ox} \varphi_T} \exp(\gamma) \right)$.

Следовательно, и (2), и (3) являются приближенными решениями (1). Но выражение (3) более точно описывает распределение заряда при обеднении, тогда как (2) лучше подходит для режима аккумуляции. Поэтому (2) и (3) в некотором роде являются самосогласованными и которые справедливы в обоих режимах работы транзистора. Следует отметить, что, т. к. общее решение достигается методом итерации между (2) и (3), переход между режимами обеднения и аккумуляции достигается естественным образом, что позволяет не использовать «сглаживающих функций» [9]. Дополнительное повторение расчетов даже по одному циклу позволяет повысить точность результатов [11]. Далее, можно усовершенствовать модель – используя приближение для функции Ламберта [12] с минимальной погрешностью

$$W_L(x) = \ln(1+x) \left(1 - \frac{\ln(1+\ln(1+x))}{2+\ln(1+x)} \right) \text{ что}$$

дополнительно увеличит ее эффективность. Аналитическое выражение для тока стока I_{ds} транзистора получено следующим образом. Дифференцируя (1), определяем зависимость $d\gamma(dQ)$. Следующий шаг - интегрирование общего выражения для тока (см, например, [13]) по dQ . В данном случае точное решение включает специальные функции - полилогарифмы и плохо сходящиеся ряды [14]. Их наличие затрудняет численную оценку [11]. Данная проблема была решена заменой этих функций на приближенные, которые являются непрерывными, дифференцируемыми и интегрируемыми. В результате этой замены погрешность расчетов увеличилась в окрестности точки перехода режимов работы транзистора. Окончательное выражение для тока стока можно записать в виде:

$$I_{ds} = 2\pi \varphi_T \frac{R}{L_g} \mu_{eff} \times (f(Q_m(0)) - f(Q_m(U_{ds})))$$

$$f(Q) = \left(2 + \frac{Q}{2C_{ox}\varphi_T} - \right. \\ \left. \text{где } -\beta \ln\left(1 + \exp\left(\frac{Q - Q_A}{2\beta Q_S}\right)\right)\right)Q + \quad \text{и} \\ \left. + Q_A \ln\left(\frac{Q - Q_A}{2Q_S} \frac{1}{\exp\left(\frac{Q - Q_A}{2Q_S}\right) - 1}\right)\right)$$

μ_{eff} - эффективная подвижность электронов, подчиняющаяся общепринятому правилу Маттессена, β - безразмерный коэффициент зарядового разделения, в некотором смысле - подгонный параметр.

В данном представлении наибольшая ошибка связана с напряжением плоских зон и синхронно возрастает с ростом отношения Q_A/Q_S . Следует отметить, что транзисторы высокими значениями Q_A/Q_S являются редко используемые в практических приложениях, из-за порогового напряжения близкого к нулю [3, 15]. Следует отметить, что разработанная аналитическая модель тока стока может быть применима для других конструкций кремниевых цилиндрических КМОП транзисторов с полностью охватывающим затвором, поскольку модель плотности подвижного заряда зависит только от значений этой плотности у истока $Q_m(0)$ и у стока $Q_m(U_{ds})$ транзистора, где U_{ds} - напряжение на стоке транзистора (исток заземлен). А выражения для этих и величин получены из (2) и (3) при $U = 0$ и $U = U_{ds}$, соответственно.

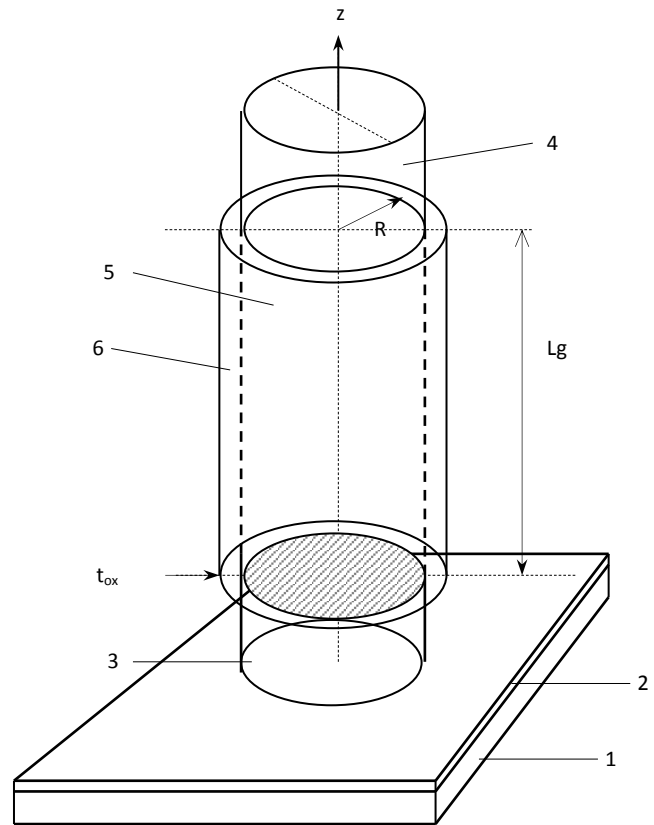


Рис. 1. Упрощенная схема кремниевого вертикального транзистора цилиндрической геометрии с полностью охватывающим затвором, где 1 - подложка, 2 - пленка оксида кремния, 3 - исток, 4 - сток, 5 - рабочая область, 6 - подзатворный диэлектрик (тело затвора не показано), L_g , R - длина затвора и радиус рабочей области, t_{ox} - толщина подзатворного оксида, ось z , начало координат на верхней грани истока.

3. Результаты сравнительного моделирования

Для численных экспериментов выбран следующий прототип кремниевого цилиндрического КМОП транзистора с полностью охватывающим затвором. Для данной модели длина рабочей области L_g фиксирована и составляет 0.35 мкм. Исходное значение радиус рабочей области R 5 нм. Концентрация легирования N_A равна $1.5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Исток и сток равномерно легированы примесью с концентрацией $N_{SD} = 0.5 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Затвор поликремния был выбран для того, чтобы получить максимально возможное пороговое напряжение (U_{th}). Толщина затвора равна 20 нм. Толщина подзатворного оксида кремния t_{ox} составляет 2.5 нм. Работа выхода металлического электрода затвора составляет 4.6 эВ.

Модель была проверена с помощью широко применяемого мирового стандарта приборно-технологического моделирования. В обеих моделях использовались те же значения физических констант [13], чтобы уменьшить рассогласования в описании физических процессов переноса. В разработанной модели не учитывается форма истока/стока – они считаются кубическими с размерами, значительно превышающими значение R . При этом считается, что границы всех областей транзистора являются идеальными. Чтобы максимально снизить последовательное сопротивление исток-рабочая область-сток, мы увеличили уровень их легирования. При этом мы не рассматриваем любые механизмы туннелирования в обеих моделях.

На рис. 2 представлены результаты моделирования двумя методами.

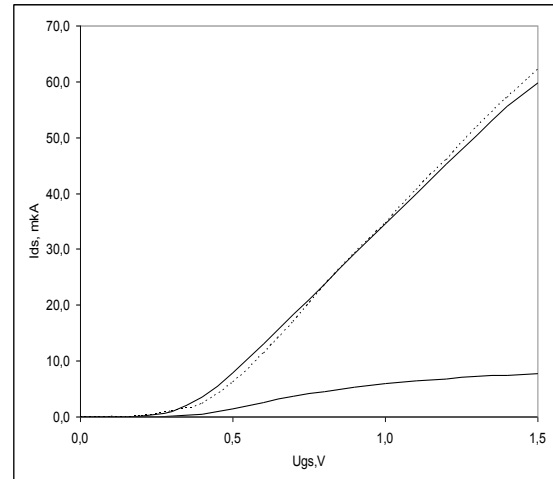
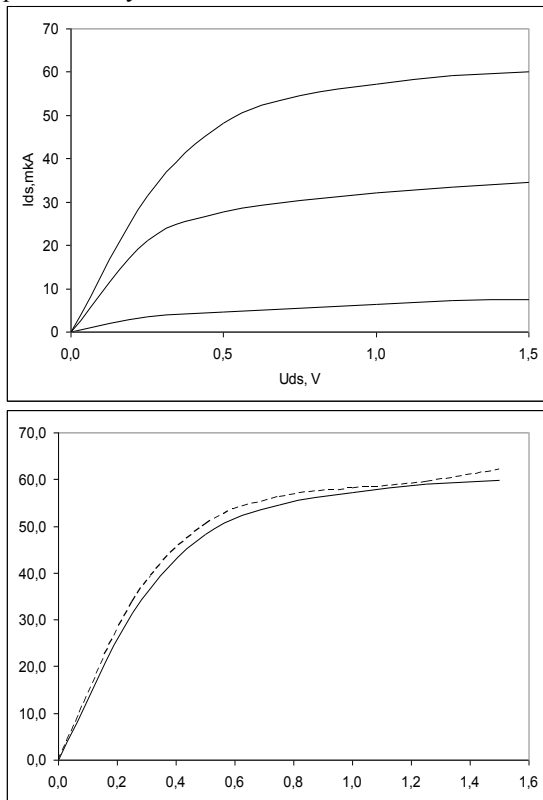


Рис. 2. ВАХ тестового прототипа: верхний рис. - $I_{ds}(U_{ds})$ при $U_{gs} = 0.5; 1.0; 1.5$ В; средний рис. - $I_{ds}(U_{da})$ при $U_{gs} = 1.5$ В, где сплошная кривая - модель, пунктирная - TCAD-модель; нижний рис. - ВАХ $I_{ds}(U_{gs})$ при $U_{ds} = 0.05$ и 1.5

Общая оценка соответствия результатов расчетов для выбранной структуры - достигается вполне приемлемая точность. Очень хорошее совпадение в подпороговом режиме (менее 1%) и режиме насыщения (менее 3%). Немного хуже (чуть более 5%) при переходе между режимами (начальная часть на линейного участка) и при высоких значениях U_{ds} и U_{gs} . Рис. 3 иллюстрирует влияние изменения радиуса R и толщины tox на параметр U_{th} в нашей модели.

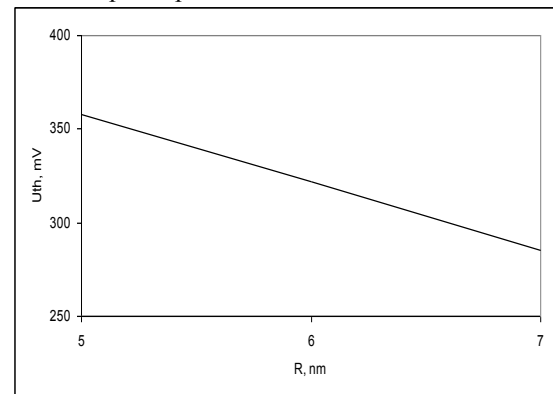


Рис. 3. Зависимость $U_{th}(R)$ при $L_g = 0.35$ мкм и $tox = 2.5$ нм

Из результатов приведенных на рис. 3 также следует, что модель качественно отражает тенденцию снижения значения U_{th} с ростом R . Отметим, что зависимость $U_{th}(tox)$ также отражает вышеуказанную тенденцию аналогично $U_{th}(R)$.

Ниже на рис. 4 приведены зависимости отклонения значения модельного U_{th} и рассчитанного при помощи программной среды приборно-технологического моделирования при варьировании параметров R и tox .

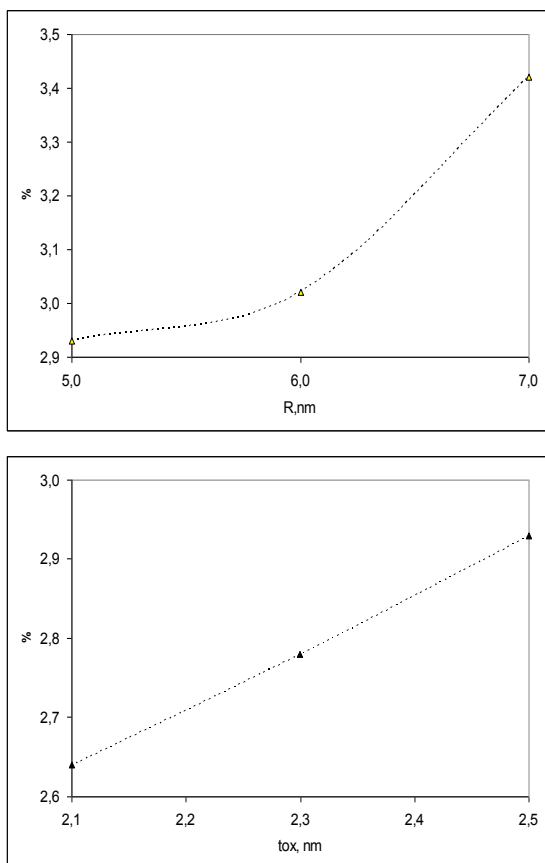


Рис. 4. Зависимость ошибки (в %): верхний рис. - от R при $L_g=0.35$ мкм и $tox=2.5$ нм, нижний рис. - от tox R при $L_g=0.35$ мкм и $R=5$ нм

В целом, совпадение довольно хорошее, но уровень рассогласования результатов немного (примерно на 2%) увеличивается при высоких значениях R, что особенно заметно в переходной области между подпороговым режимом и выше порога. Напротив, при снижении параметра tox точность увеличивается. Такое поведение ошибки можно объяснить слабым незначительным проявлением коротко-канальных эффектов. Справочно, можно указать, что точность снижается, но будет еще приемлемой (около 20%) при более высоких концентрациях N_A . Однако, этот

результат несущественен, т. к. масштабирование в наноразмерной области требует снижения концентрации легирования.

Из анализа результатов, приведенных на рисунках выше, можно сделать вывод, что ВАХ транзистора в нашей модели зависят по ранжиру от N_A , R и затем только от tox . К сожалению, из (1-3) не удалось получить аналитической оценки влияния на ВАХ каждого параметра. Например, изменение R на 1 нм вызывает сдвиг U_{th} , который примерно в два раза больше, чем аналогичное изменение tox . Однако сдвиг U_{th} более чувствителен к значению tox , и при ее уменьшении величина сдвига возрастает. Окончательно можно сделать вывод, что необходимо провести более обширные численные эксперименты для проверки адекватности аналитической модели.

4. Заключение

Исследован подход с использованием специальной функции Ламберта для разработки аналитической модели КМОП нанотранзистора. В качестве прототипа выбран кремниевый GAA транзистор с цилиндрической геометрией рабочей области. Финальная формулировка модели характеризуется следующими преимуществами: она является аналитической, адекватной и компактной. Достигается высокая точность при минимальных вычислительных затратах. Это позволяет использовать модель в инструментах проектирования и поиске начального приближения для трехмерного приборно-технологического моделирования.

Публикация выполнена в рамках НИР ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН по теме № FNEF-2024-0003 "Методы разработки аппаратно-программных платформ на основе защищенных и устойчивых к сбоям систем на кристалле и сопроцессоров искусственного интеллекта и обработки сигналов".

Application of Lambert Function to Modeling the BAX GAA Nanotransistors

N. Masalsky

Abstract. The possibility of using a special Lambert function to simulate the volt-ampere characteristics of silicon field-effect transistors is investigated. An analytical model of a silicon field-effect GAA nanotransistor with a cylindrical geometry of the working area has been developed. At the same time, in the transistor model formulated within the framework of charge separation, the integral expression for the transistor current is replaced by an analytical one using the Lambert function. The calculation results are compared with the simulation results obtained using a widely used software and technology modeling environment. The final formulation of the model is characterized by

the following advantages: it is analytical, adequate and compact. High accuracy is achieved with minimal computational cost. This makes it possible to use the considered approach in design tools and the search for an initial approximation for three-dimensional applied technological modeling.

Keywords: silicon nanotransistor with fully enveloping gate, Lambert function, analytical model, I-V data, simulation

Литература

1. Г.Я. Красников, Е.С. Горнев, И.В. Матюшкин. Общая теория технологий и микроэлектроника, Техносфера, М, 2020.
2. More Moore. International Roadmap for Devices and Systems. IRDS, Piscataway, NJ, USA, 2021.
3. Г.Я. Красников. Конструктивно-технологические особенности субмикронных МОП транзисторов. Акционерное общество «Рекламно-издательский центр ТЕХНОСФЕРА», 2011.
4. N Sano, K. Yoshida, G. Park. Fundamental aspect of semiconductor device modeling associated with discrete impurities: drift-diffusion scheme. "IEEE Trans. Electron Devices", (2020), vol. 67, 3323-3328.
5. Н.В. Масальский. Моделирование ВАХ ультратонких КНИ КМОП нанотранзисторов с полностью охватывающим затвором. "Микроэлектроника", (2021), т. 50, 436-444.
6. R.M. Corless, G.H. Gonnet, D.E.G. Hare, D.J. Jeffrey, D.E. Knuth. On the Lambert W function. «Advances in computational mathematics», (1996), v. 5, 329-359.
7. J.-P. Colinge, FinFETs and Other. Verlag, New York, NY, USA, 2008.
8. G. Tomar, A. Barwari. Fundamental of electronic devices and circuits. Springer, 2019.
9. M. Lundstrom, J. Guo. Nanoscale Transistors: Device Physics, Modeling and Simulation. Springer: New York, 2006.
10. B. D. Gaynor, S. Hassoun. Fin shape impact on FinFET leakage with application to multithreshold and ultralow-leakage FinFET design. "IEEE Trans. Electron Devices", (2014), vol. 61, 2738–2744.
11. К.К. Абгарян, Д.Л. Ревизников, А.А. Журавлёв, А.Ю. Морозов, Е.С. Гаврилов. Многомасштабное моделирование нейроморфных систем. М.: Изд-во МАКС Пресс, 2022.
12. Ю. Люк. Специальные математические функции и их аппроксимации. М.: Мир, 1980.
13. M. V. Fischetti, W. G. Vandenberghe. Advanced Physics of Electron Transport in Semiconductors and Nanostructures, New York, U.S.A.: Springer, 2016.
14. S. Winitzki. Uniform Approximations for Transcendental Functions. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2003.
15. F. Lime, R. Ritzenthaler, M. Ricoma, F. Martinez, F. Pascal, E. Miranda, O. Faynot, B. Iñiguez. A physical compact DC drain current model for long-channel undoped ultra-thin body (UTB) SOI and asymmetric double-gate (DG) MOSFETs with independent gate operation, "Solid-State Electron.", (2011), vol. 57, no. 1, 61–66.